جامعة البعث — امتحان مقرر التحليل العددي

كلية العلوم — لطلاب السنة الثانية – رياضيات — الاسم :

الفصل الثاني 2016–2017 — المدة : ساعة ونصف

الدرجة : 100

....

السؤال الأول: (25 درجة)

1– اكتب العدد $(101101.11)_2$ بالنظام الست عشري.

2– بفرض أن العددين $Z_1 = 2.3$, $Z_2 = 3.53$ مدوران ، احسب كلاً من الخطأ المطلق والخطأ النسبي المرتكبين أثناء عملية التدوير ، وأثناء حساب جداؤهما .

السؤال الثاني: (45 درجة)

آ– بفرض لدينا الدالة المعطاة بالجدول التالي:

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	-1	3	1	-1	3

1– أوجد بطريقة نيوتن–غريغوري كثيرة حدود الاستيفاء الموافقة لهذه الدالة واحسب قيمة الدالة عند $x = 3$

2– أوجد المشتق الأول للدالة عند النقطة $x = -1$ باستخدام كثيرة حدود نيوتن–غريغوري.

3– احسب تكامل الدالة بطريقة سيمسون على المجال المعطى $[-2 , 2]$.

ب– أوجد بطريقة رونج–كوتا حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$y' - y + x^2 - 1 = 0$$
$$y(0) = 0.5$$

عند النقطة $x = 0.1$ ، معتبراً أن $h = 0.1$

السؤال الثالث: (30 درجة)

1 -أثبت أن جميع الجذور الحقيقية للمعادلة: $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

تقع ضمن المجال $[0.5 , 2]$ ، ثم أوجد بطريقة نيوتن – رافسون الحل التقريبي الأول فقط علماً أن:

$x_0 = 0.5$

2– أوجد بطريقة سيدل الحل التقريبي الأول فقط لجملة المعادلات الخطية التالية:

$$9x - 2y - z = 6$$
$$x + 11y - 3z = 9$$
$$x - 3y + 10z = 8$$

علماً أن الحل متقارب ، والحل الابتدائي $X^{(0)} = (0,0,0)$.

.... انتهت الأسئلة ....

2017/7/5 — مدرس المادة : د . حامد عباس



سلم تصحيح مقرر التحليل العددي

لطلاب السنة الثانية- رياضيات الفصل الثاني 2016–2017

السؤال الأول : (25 درجة)

(4) $(101101.11)_2=1\times 2^5+0\times 2^4+1\times 2^3+1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0+$

$+1\times 2^{-1}+1\times 2^{-2}=(45.75)_{10}$

(6) $45/16=2 \quad \Rightarrow b_0=1=d \quad ; \; 0.75\times 16=12\Rightarrow b_{-1}=c$

$2 \quad \Rightarrow b_1=2$

(2) $(101101.11)_2=(2d.C)_{16}$

--2 $Z_1=2.3\,,\; Z_2=3.53$

الخطأ المطلق المرتكب أثناء تدوير العددين مرتبة عشرية واحدة بالشكل:

(3) $\Delta_{z_1}\le 5\times 10^{-2} \quad . \quad \Delta_{z_2}\le 5\times 10^{-3}$ ،

أما الخطأ المطلق الناتج عن جداء العددين Z_1 و Z_2 فهو:

(5) $\Delta_{z_1.z_2}\le |\tilde{z}_1|.\Delta_{z_2}+|\tilde{z}_2|.\Delta_{z_1}$

$=2.3(5\times 10^{-3})+3.53(5\times 10^{-2})=0.188$

والخطأ النسبي:

(5) $\delta_{z_1.z_2}=\Delta_{z_1z_2}/(z_1.z_2)=0.188\;/\;[(2.3)(3.53)]=0.02315556$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أ-1-تعطى كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة نيوتن غريغوري بالعلاقة:

(5) $$p_n(x)=y_0+s\Delta y_0+\frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 y_0+....+\frac{s(s-1)(s-2)...(s-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$$

(2) $$s=\frac{x-x_0}{h}=\frac{x+2}{1}=x+2$$

لنكتب جدول الفروق المباشر للدالة المفروضة:

(5)

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
-2	-1				
		4			
-1	3		-6		
		-2		6	
0	1		0		0
		-2		6	
1	-1		6		
		4			
2	3				

بالتعويض نجد كثيرة حدود الاستيفاء المطلوبة:

(5) $$p_3(x) = -1 + 4(x+2) - 6\frac{(x+2)(x+1)}{2} + 6\frac{(x+2)(x+1)x}{6} = x^3 - 3x + 1$$

(2) $$f(3) \cong P_4(3) = 19$$

-2 حسب دستور لحساب سمبسون التكاملات :

(3) $$\int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3 + ... + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + ... + f_{n-2}) + f_n]$$

(2) $$\int_{-1}^{3} f(x)dx \cong \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3) + 2f_2 + f_4]$$
$$= \frac{1}{3}[-1 + 4(2) + 2(1) + 3] = 4$$

-3 (3) $$f'(x_0) = p_n'(x_0) = \frac{1}{h}[\Delta f_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 - ... + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\Delta^n f_0]$$

(2) $$f'(-1) \cong \frac{1}{1}[-2 - \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{3}(6)] = 0$$

ب- نطبّق دستور رونج . كوتا فنجد أن :

(2) $$y_1 = y(0.1) = y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

حيث أن :

(12)
$$k_1 = hf(x_0, y_0) = 0.1(y_0 - x_0^2 + 1) = 0.15$$
$$k_2 = hf(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2) = 0.1f(0.05; 0.575) = 0.15725$$
$$k_3 = hf(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2) = 0.1f(0.05; 0.578625) = 0.1576125$$
$$k_4 = hf(x_0 + h, y_0 + k_3) = 0.1f(0.1; 0.6576125) = 0.16476125$$

بالتبديل نحصل على الحل التقريبي الأول للمعادلة التفاضلية المطلوبة عند النقطة $x = 0.1$

أي أن :

(2) $$y_1 = y(0.1) = 0.5 + \frac{1}{6}[0.15 + 2(0.0.15725 + 0.1576125) + 0.16476125] = 0.657414375$$

السؤال الثالث (30 درجة)

-1 جميع الجذور الحقيقية للمعادلة الجبرية تقع ضمن المجال : (4) $$\frac{|a_0|}{\mu + |a_0|} \le x \le 1 + \frac{\lambda}{|a_n|}$$

حيث إن (2) $\lambda = \max\{|a_0|, |a_1|, ..., |a_{n-1}|\} = 2$, $\mu = \max\{|a_1|, ..., |a_{n-1}|\} = 2$

(1) وبالتالي يكون: $\frac{1}{2} \le x \le 2$

لدينا دستور نيوتن - رافسون :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 \;,\; f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$$

(5) $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

نجد أن :

(4) $$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0.5 - \frac{1.125}{-2.25} = 1$$

2- نكتب جملة المعادلات الخطية بالشكل التالي:

(5)
$$x = \frac{1}{9}(6 + 2y + z)$$
$$y = \frac{1}{11}(9 - x + 3z)$$
$$z = \frac{1}{10}(8 - x + 3y)$$

نكتب المعادلات التكرارية:

(3)
$$x^{(k+1)} = \frac{1}{9}(6 + 2y^{(k)} + z^{(k)})$$
$$y^{(k+1)} = \frac{1}{11}(9 - x^{(k+1)} + 3z^{(k)})$$
$$z^{(k+1)} = \frac{1}{10}(8 - x^{(k+1)} + 3y^{(k+1)})$$

نبدل الحل الابتدائي نجد الحل التقريبي الأول:

(6) $$X^{(1)} = (0.6666666666 \;\; ; 0.75757575757575 \; ; 0.960606060606)$$

****

د. حامد عباس

